QA-деформація зі стаціонарним ортом нормалі еліптичного параболоїда

Юлія Хомич
(Одеський національний університет імені І. І. Мечникова)
E-mail: khomych.yuliia@gmail.com

Нехай векторно-параметричне рівняння еліптичного параболоїда задано у вигляді

$$\overline{r}(u,v) = \{u\cos v, u\sin v, \frac{u^2}{2}\}.$$

В роботі досліджується його квазіареальна нескінченно мала деформація (або коротко QA-деформація) вигляду

$$\overline{r}^*(u,v,t) = \overline{r}(u,v) + t\overline{U}(u,v),$$

де $\overline{U}(u,v)$ – поле зміщення, $t \longrightarrow 0$, при якій залишається стаціонарним орт нормалі поверхні.

Задача про QA-деформацію зі стаціонарним ортом нормалі поверхні від'ємної гауссової кривина K розглянута в статті [1]. В даній роботі досліджується така деформація поверхні додатної гауссової кривини, зазначимо, що поверхня еліптичного параболоїда задовольняє цій умові.

Представимо поле зміщення через його компоненти

$$\overline{U}(u,v) = U^\alpha \overline{r}_\alpha + U^\circ \overline{n}.$$

Розглядувана задача звелась до відшукування розв'язків неоднорідного диференціального рівняння з частинними похідними другого порядку відносно невідомої функції U° :

$$U^\circ_{\alpha,\beta} d^{\alpha\beta} - \frac{K_\alpha}{K} d^{\alpha\beta} U^\circ_\beta + 2HU^\circ = 2\mu,\ \ K \neq 0.$$

Це рівняння узагальнює відоме однорідне характеристичне рівняння Вейнгартена для нескінченно малих згинань [2]. Закон змінювання елемента площі поверхні при її нескінченно малій деформації виражається через функцію μ [1].

Має місце теорема.

Теорема 1. *Поверхня еліптичного параболоїда допускає QA-деформацію зі стаціонарним ортом нормалі, при якій координати поля зміщення мають вигляд*

$$\overline{U}(u,v) = \{\frac{c((1+u^2)\sin v - u^2 v\cos v)}{u\sqrt{1+u^2}},\ \frac{-c((1+u^2)\cos v + u^2 v\sin v)}{u\sqrt{1+u^2}},\ \frac{cv}{\sqrt{1+u^2}}\},$$

де стала $c \neq 0$. *При цьому функція* $\mu = \frac{cv(2+u^2)}{2\sqrt{(1+u^2)^3}}$.

Література

[1] Л. Л. Безкоровайна, Ю. С. Хомич. *QA-деформація поверхні від'ємної гауссової кривини. Дослідження в математиці і механіці*, Т. 23, 1(31) : 14–22, 2018.

[2] И. Н. Векуа *Обобщенные аналитические функции.* М.:Наука, 1998, 512 С.